

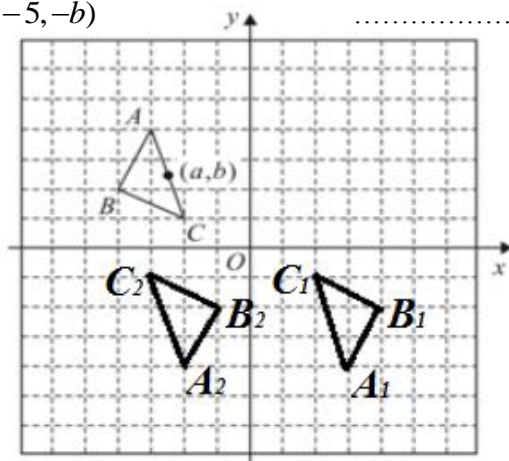
$$= \frac{1}{a+1} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{a+1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

18. (1) $\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求作的三角形, $A_1(3, -4) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) $\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求作的三角形, $A_2(-2, -4) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) $P_2(-a-5, -b) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$



19. (1) 证明: \because 点 E 是边 AC 的中点

$$\therefore AE = EC$$

又 $\because AF \parallel DC$

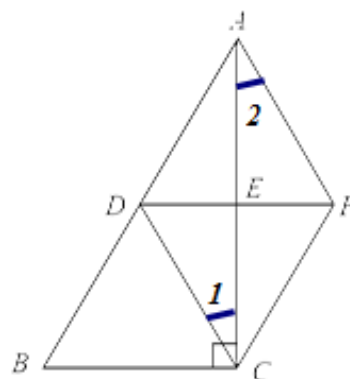
$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

又 $\because \angle CED = \angle AEF$

$$\therefore \triangle CED \cong \triangle AEF \quad (\text{ASA})$$

$$\therefore DE = FE$$

$\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$



(2) 证明: $\because DE = FE$

$$\therefore DF = 2DE$$

\because 点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点

$$\text{又} \therefore BC = 2DE, DE \parallel BC$$

$$\therefore DF = BC, DF \parallel BC$$

\therefore 四边形 $BCFD$ 是平行四边形 $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) 解: \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AB = 6, \angle BAC = 30^\circ$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 3, AC = 3\sqrt{3} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because DF = BC$$

$$\therefore DF = 3$$

$\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$$\because DF \parallel BC$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ADCF} = S_{\triangle ADF} + S_{\triangle CDF}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} DF \cdot AE + \frac{1}{2} DF \cdot CE \\
&= \frac{1}{2} DF (AE + CE) \\
&= \frac{1}{2} DF \cdot AC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{2}\sqrt{3} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}
\end{aligned}$$

20. (1) 证明: \because 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O

$\therefore OE$ 垂直平分 BD

$\therefore EB = ED$ 2 分

(2) ① $\triangle ABF$ 是等腰三角形, 理由如下:

\because 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O

$\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle BOC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$

$\therefore \angle 4 + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 4 + \angle 1 = 90^\circ$

又 $\because AF \perp AD$, $\therefore AF \perp BC$

$\therefore \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

又 $\because \angle BOC = 90^\circ$, $\angle AEB = 45^\circ$

$\therefore \angle OBE = 45^\circ$

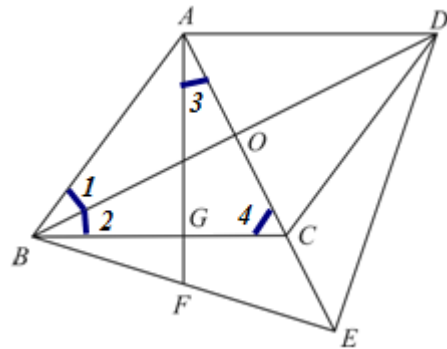
$\therefore \angle ABF = \angle OBE + \angle 1 = 45^\circ + \angle 1$

$\angle AFB = \angle AEB + \angle 3 = 45^\circ + \angle 3$

$\therefore \angle ABF = \angle AFB$

$\therefore AB = AF$

即 $\triangle ABF$ 是等腰三角形6 分



(3) $\because CE = m$, $CO = CE = m$

$\therefore AC = 2CO = 2m$, $OE = 2CO = 2m$

又 \because 在 $Rt\triangle BOE$ 中, $\angle BOE = 90^\circ$, $\angle OEB = 45^\circ$

$\therefore OB = OE = 2m$, $BE = 2\sqrt{2}m$ 7 分

在 $Rt\triangle BOC$ 中, $BC = \sqrt{5}m$

$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = BC \cdot AG = \frac{1}{2} BD \cdot AC$

$$\therefore \sqrt{5}m \cdot AG = \frac{1}{2} \times 2m \times 4m$$

$$\therefore AG = \frac{4}{5}\sqrt{5}m \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore BG = \sqrt{AB^2 - AG^2} = \frac{3}{5}\sqrt{5}m,$$

$$GF = AF - AG = AB - AG = \frac{\sqrt{5}}{5}m \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore BF = \sqrt{BG^2 + GF^2} = \sqrt{2}m$$

$$\therefore EF = BE - BF = 2\sqrt{2}m - \sqrt{2}m = \sqrt{2}m \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

B 卷（50 分）

一、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

21. 8

22. -6

23. 18

24. (4, 6)

25. $\frac{3}{2}\sqrt{5}$

二、解答题（本大题共 3 个小题，共 30 分）

26. (1) 解：设甲队单独完成这项工程需要 $4x$ 天，则乙队单独完成这项工程需要 $5x$ 天，

据题意得，
$$\left(\frac{1}{4x} + \frac{1}{5x}\right) \times 40 + \frac{1}{5x} \times 10 = 1$$

解得 $x = 20$

经检验， $x = 20$ 是所列方程的解，

当 $x = 20$ 时， $4x = 80$ ， $5x = 100$

所以，甲队单独完成这项工程需要 80 天，乙队单独完成这项工程需要 100 天.3 分

(2) ① $\because \frac{1}{80}m + \frac{1}{100}n = 1$

$$\therefore n = -\frac{5}{4}m + 100 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{②由题意可得} \begin{cases} m + (-\frac{5}{4}m + 100) \leq 190 \\ 15m + 10(-\frac{5}{4}m + 100) \leq 1150 \end{cases}$$

解得 $40 \leq m \leq 60$

设甲乙两队施工总费用为 W ，则 $W = 15m + 10(-\frac{5}{4}m + 100)$

$$\text{即 } W = \frac{5}{2}m + 1000$$

$\because k = \frac{5}{2} > 0, \therefore W$ 随 m 的增大而增大,

\therefore 当 m 取最小值 $m = 40$, 即甲队工作 40 天, 乙队工作 $n = -\frac{5}{4}m + 100 = 50$ 天时,

工程施工总费用 $W_{\text{最小}} = 1100$ 万元.8 分

27. (1) $DF = BF$, $DF \perp BF$. 理由如下:

$\because \angle CBE = 90^\circ$, F 是 EC 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2}EC,$$

同理, $DF = \frac{1}{2}EC$

$$\therefore DF = BF$$

$$\because BF = \frac{1}{2}EC = EF$$

$$\therefore \angle EBF = \angle BEF$$

$$\therefore \angle BFC = 2\angle BEC$$

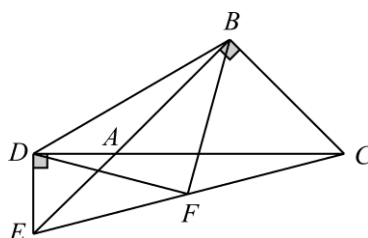
同理, $\angle DFE = 2\angle DCE$

$$\therefore \angle DFB = 180^\circ - (\angle BFC + \angle DFE) = 180^\circ - 2(\angle BEC + \angle DCE)$$

$$\text{又} \because \angle BEC + \angle DCE = \angle BAC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DFB = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ, \text{即 } DF \perp BF$$

$$\therefore DF = BF, DF \perp BF \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



(2) 如图, 将 $\triangle BAD$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BCG$

$$\therefore BD = BG, \angle BAD = \angle BCG, AD = CG$$

$$\text{又} \because AD = DE$$

$$\therefore ED = CG$$

$$\because \angle CED + \angle EDA + \angle DAC + \angle 1 = 360^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CED &= 360^\circ - \angle EDA - \angle DAC - \angle 1 \\ &= 360^\circ - 90^\circ - (360^\circ - \angle DAB - \angle BAC) - \angle 1 \\ &= \angle DAB - \angle 1 - 45^\circ \end{aligned}$$

$$\text{又} \because \angle FCG = \angle BCG - \angle 1 - 45^\circ, \angle BAD = \angle BCG$$

$$\therefore \angle FED = \angle FCG$$

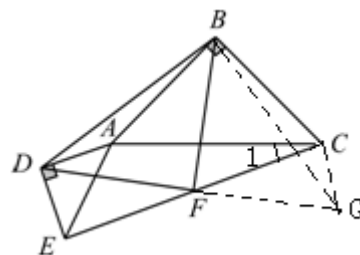
又 $\because F$ 是 EC 的中点,

$$\therefore \triangle FED \cong \triangle FCG \quad (SAS) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore DF = FG, \angle DFE = \angle GFC$$

$$\text{又} \because \angle DFE + \angle DFC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle GFC + \angle DFC = 180^\circ$$



即 D 、 F 、 G 三点在同一直线上，7 分

又 $\because BD = BG$ ， $\angle DBG = 90^\circ$

$\therefore DF = BF$ ， $DF = FG$ ， $DF \perp BF$ 8 分

(3) $m = 45$ 10 分

28.解 (1) \because 点 A (0, -3)

$$\therefore OA = 3$$

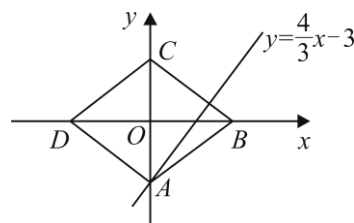
又 $\because AB = 5$ ， $\angle AOB = 90^\circ$

$$\therefore OB = 4$$

$$\therefore B(4, 0)$$

$$\therefore AC = 2OA = 6, \quad BD = 2OB = 8$$

$$\therefore S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



(2) 据菱形的对称性，点 P 只有在边 AB ， BC 上两种情况：

①当点 P 在 AB 上时，

\because 点 A (0, -3)， B (4, 0)

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x - 3$

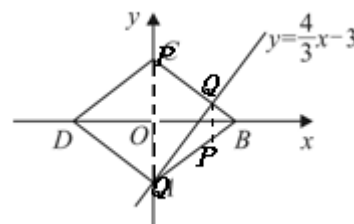
设点 $P(a, \frac{3}{4}a - 3)$ ， 则点 $Q(a, -\frac{3}{4}a + 3)$

将点 $Q(a, -\frac{3}{4}a + 3)$ 代入 $y = \frac{4}{3}x - 3$

$$-\frac{3}{4}a + 3 = \frac{4}{3}a - 3$$

$$\therefore a = \frac{72}{25}$$

$$\therefore P(\frac{72}{25}, -\frac{21}{25}) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



②当点 P 在 BC 上时，

\because 点 C (0, 3)， B (4, 0)

\therefore 直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$

设点 $P(a, -\frac{3}{4}a + 3)$ ， 则点 $Q(a, \frac{3}{4}a - 3)$

将点 $Q(a, \frac{3}{4}a - 3)$ 代入 $y = \frac{4}{3}x - 3$

$$\frac{3}{4}a - 3 = \frac{4}{3}a - 3$$

$$\therefore a = 0$$

$$\therefore P(0,3)$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $P_1(\frac{72}{25}, -\frac{21}{25})$ 、 $P_2(0,3)$ 8 分

(3) \because 点 B' 在 $y = \frac{4}{3}x - 3$ 上, \therefore 设点 $B'(m, \frac{4}{3}m - 3)$

$\because \triangle ABP$ 和 $\triangle AB'P$ 关于直线 AP 的对称

$$\therefore AB' = AB = 5$$

$$\therefore (m-0)^2 + (-3 - \frac{4}{3}m + 3)^2 = 5^2$$

$$\therefore m = \pm 3$$

$$\therefore B'(3,1) \text{ 或 } B'(-3,-7)$$

①当 B' 坐标为 $B'(3,1)$ 时,

线段 BB' 的中点为 $M(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$

则 AM 的解析式为 $y = x - 3$

直线 AM 、 BC 的交点为 $P(\frac{24}{7}, \frac{3}{7})$ 10 分

②当 B' 坐标为 $B'(-3,-7)$ 时,

线段 BB' 的中点为 $M(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2})$

则 AM 的解析式为 $y = -x - 3$

直线 AM 、 CD 的交点为 $P(-\frac{24}{7}, \frac{3}{7})$

综上, $P_1(\frac{24}{7}, \frac{3}{7})$ 、 $P_2(-\frac{24}{7}, \frac{3}{7})$ 12 分

